

1

Einleitung und Definitionen

■ 1.1 Zur Benutzung des Buchs

Das vorliegende Arbeitsbuch stellt Ihnen eine Aufgabensammlung zu den zentralen Inhalten der im deutschsprachigen Raum stattfindenden Statik-Vorlesungen an Hochschulen und Universitäten bereit.

Jedes Kapitel behandelt einen abgeschlossenen Themeninhalt und beginnt mit einer Aufarbeitung der theoretischen Hintergründe. Dann wird ein Ablaufschema bzw. „Kochrezept“ dargestellt und auf umfassende Beispielaufgaben angewendet, für die ausführliche Musterlösungen dargestellt werden. Idealerweise gehen wir davon aus, dass die Leserinnen und Leser des Buches sich intensiv mit diesen Musterlösungen auseinandersetzen, so dass sie Struktur und Ablauf dieser beispielhaften Lösungsgänge sinngemäß auf die folgenden Aufgaben übertragen und dann selbstständig bearbeiten können. Das wird anfänglich nicht einfach sein, ist aber eines der wichtigsten didaktischen Ziele dieses Buches, nämlich Fähigkeiten zur eigenständigen Problemlösung zu entwickeln und einzuüben. Denn genau darauf kommt es im Berufsalltag an, wenn man sich neuen Projekten stellen muss.

Im Rahmen der digitalen Inhalte werden die Themen nochmals aufgegriffen bzw. wiederholt und die zielsichere Anwendung vorgemacht. Dies erfolgt beispielhaft mit der zum Download verfügbaren Software Stiff.

In jedem Kapitel folgen nach den ausführlichen Musterbeispielen weitere 30 Aufgaben zum Selberüben. Sie sind nach Schwierigkeitsgrad klassifiziert, um bei der Orientierung zu helfen, welche Aufgaben Sie sich zutrauen oder um einzuschätzen, wie weit Sie mit dem eigenen Wissensstand und Lernfortschritt bereits gekommen sind. Am Ende jedes Kapitels finden Sie zu jeder Aufgabe Lösungswerte ausgewählter Größen (z. B. Schnittgrößen oder Verschiebungen) für die Kontrolle der eigenen Rechnung. Ein zusätzlicher und überaus wichtiger Lernerfolg wird erzielt, wenn Sie sich parallel zur Handrechnung eine eigene Musterlösung erstellen, indem Sie die Aufgabe mit einer geeigneten Software modellieren und berechnen, wie z. B. mit unserer Software Stiff. Auch dazu braucht man die angegebenen Lösungswerte zur Kontrolle. Sie werden schnell merken, wie die alterna-

tiven Herangehensweisen Ihr eigenes Verständnis für Statik und Ihre Sicherheit bei der Handrechnung fördern. Wie Sie mithilfe geeigneter Software eine Musterlösung anfertigen können, dazu finden Sie in den digitalen Inhalten weitere Hilfestellungen.

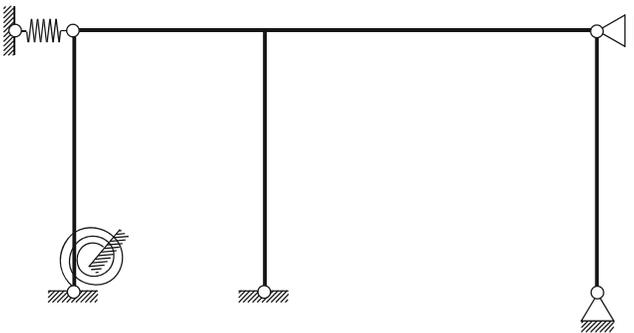
Jede Aufgabe soll zum Verständnis des Themas beitragen, indem Sie sich über die eigentliche Aufgabenstellung hinaus damit beschäftigen. Es ist dabei sehr wichtig, dass Sie sich dafür Zeit nehmen und jeden Schritt sorgfältig durchführen. Es wird dabei vorkommen, dass Sie die angegebenen Lösungswerte nicht auf Anhieb ermitteln. Dies ist kein Grund zur Verzweiflung, sondern der Beginn des tatsächlichen, gründlichen Lernens, indem Sie Ihre Handrechnung Schritt für Schritt mithilfe der eigenen Musterlösung durchgehen. So können Sie die Fehler entdecken und beurteilen, ob es nur Flüchtigkeitsfehler sind oder tatsächliche Wissenslücken, um die Sie sich nochmal kümmern sollten. Mit einer gründlich bearbeiteten Aufgabe lernen Sie mehr, als wenn Sie viele nur oberflächlich behandeln. Durch diesen Prozess werden Sie am Ende stärker aus der Aufgabe herausgehen – mit dem Ziel einer virtuellen Beherrschung der Inhalte, einem besseren Gefühl für Tragwerke und einer guten Prüfungsnote.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

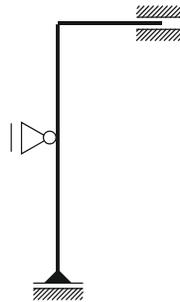
■ 1.2 Definition der Auflagersymbole

Im Folgenden werden allgemein verwendete Auflagersymbole anhand einiger Beispiele und Tabellen eingeführt:

Häufig verwendete Auflagersymbole:



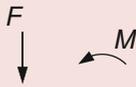
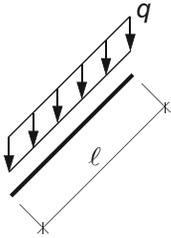
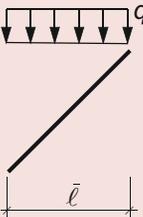
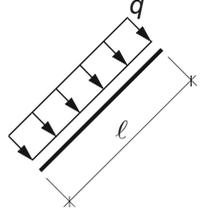
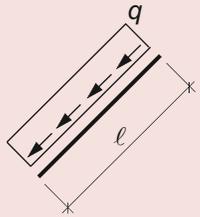
Weitere verwendete Auflagersymbole:



Symbol	Beschreibung	Freie Verschiebungsgrößen	Auflagerreaktionen
	Zweiwertiges Auflager: Beide Verschiebungen sind festgehalten, die Verdrehung ist frei.		
	Einwertiges/Verschiebliches Auflager: Eine Verschiebung ist festgehalten, die andere Verschiebung und die Verdrehung sind frei.		
	Einspannung: Beide Verschiebungen und die Verdrehung sind festgehalten.		
	Senkfeder (auch Dehnfeder oder Normalkraftfeder): Die Verschiebung in Richtung der Feder ist über das Federgesetz $F_f = k_f \cdot u_f$ mit der Durchsenkung u_f gekoppelt. Analog zum Pendelstab leistet die Feder keinen Widerstand senkrecht zu ihrer Achse.		
	Drehfeder (auch Rotationsfeder): Die Verdrehung der Feder ist über das Federgesetz $M_\varphi = k_\varphi \cdot \varphi$ mit der Verdrehung φ gekoppelt. Die Verschiebungen werden durch die Drehfeder nicht festgehalten.		
	Biegesteifes verschiebliches Lager: Verschiebung senkrecht zum Stab bzw. in Stablängsrichtung ist nicht festgehalten.		

Einführung der allgemein verwendeten Lastsymbole:

Symbol	Beschreibung
	Ungleichmäßige Temperaturverteilung über den Querschnitt: Im Allgemeinen wird die Differenz zwischen der Temperatur an der Querschnittsunterseite T_u und der Querschnittsoberseite T_o angegeben.
	Gleichmäßige Temperaturverteilung über den Querschnitt: Hierbei wird davon ausgegangen, dass die Temperatur an der Querschnittsunterseite T_u und der Querschnittsoberseite T_o gleich ist.
	Eingeprägte Einzelverschiebung: Die jeweils angegebene Verschiebung bezieht sich auf einen bestimmten Punkt im Tragwerk. Im Allgemeinen können auch eingeprägte Rotationen vorhanden sein.

Symbol	Beschreibung
	<p>Einzellast und Einzelmoment: Die jeweils angegebene Belastung bezieht sich auf einen bestimmten Punkt im Tragwerk.</p>
	<p>Global orientierte Linienlast q: Die Linienlast ist global orientiert, hier in vertikaler Richtung nach unten. Diese Linienlast bezieht sich auf die gesamte Stablänge l. Dieser Typ von Linienlast kann zur Modellierung von Eigengewichtslasten verwendet werden.</p>
	<p>Global orientierte Linienlast q: Die Linienlast ist global orientiert, hier in vertikaler Richtung nach unten. Diese Linienlast bezieht sich auf die projizierte Stablänge \bar{l}. Dieser Typ von Linienlast kann zur Modellierung von Schneelasten verwendet werden.</p>
	<p>Lokal orientierte Linienlast q: Die Linienlast ist lokal orientiert, hier senkrecht zur Stablängsachse. Die Linienlast bezieht sich auf die gesamte Stablänge l. Dieser Typ von Linienlast kann zur Modellierung von Windlasten verwendet werden.</p>
	<p>Lokal orientierte Linienlast q: Die Linienlast ist lokal orientiert, hier parallel zur Stablängsachse. Die Linienlast bezieht sich auf die gesamte Stablänge l.</p>

Einführung von allgemein verwendeten Parametern und Formelzeichen:

E Elastizitätsmodul

G Schubmodul

A Querschnittsfläche

I Flächenmoment 2. Grades (Flächenträgheitsmoment)

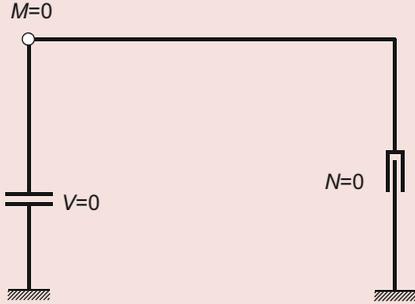
α Temperatureausdehnungskoeffizient

h Querschnittshöhe

k Federsteifigkeit

■ 1.3 Definition der Gelenkarten

Einführung von allgemein verwendeten Gelenktypen:

Symbol	Beschreibung	Beispiel
$M=0$ 	Momentengelenk: Das Moment ist an diesem Punkt gleich Null $M = 0$. Normalkräfte und Querkräfte können übertragen werden.	
$V=0$ 	Querkraftgelenk: Die Querkraft ist gleich an diesem Punkt Null $V = 0$. Normalkräfte und Momente können übertragen werden.	
$N=0$ 	Normalkraftgelenk: Die Normalkraft ist an diesem Punkt gleich Null $N = 0$. Querkräfte und Momente können übertragen werden.	

■ 1.4 Allgemeine Hinweise

In den folgenden Aufgaben wird die Balkentheorie nach Euler-Bernoulli verwendet. Hierbei gelten die bekannten Annahmen:

- Ebenbleiben des Querschnitts,
- Schubverzerrungen können vernachlässigt werden.

Hieraus ergeben sich die zwei wesentlichen Steifigkeiten zur Definition eines Querschnittes aus statischer Sicht:

- Axiale Steifigkeit EA als Produkt aus Elastizitätsmodul E und Querschnittsfläche A
- Biegesteifigkeit EI als Produkt aus Elastizitätsmodul E und Flächenmoment 2. Grades I um die lokale y -Achse

Aus baustatischer Sicht kann oft für Querschnitte mit entsprechenden Steifigkeiten die Annahme getroffen werden, dass eine unendlich große Steifigkeit vorliegt (EA und/oder $EI \rightarrow \infty$). Diese Annahme erleichtert im Allgemeinen die Handrechnung. Für die Modellierung eines Tragwerks mithilfe eines Computerprogramms muss für jede Steifigkeit eine endliche Größe angegeben werden. Bei der Definition der Steifigkeiten ist hierbei zu beachten, dass die unendliche Steifigkeit mittels einer ausreichend großen Zahl, d.h. mehrere Zehnerpotenzen größer als die größte vorkommende Steifigkeit, berücksichtigt wird. Hierbei sollten jedoch die Grenzen numerischer Berechenbarkeit unbedingt beachtet werden.

2

Tragwerksbeurteilung

Videos zu diesem Kapitel finden Sie unter



■ 2.1 Grundlagen zur Tragwerksbeurteilung

Zur Beurteilung der Lagerung und des inneren Aufbaus eines Tragwerks ist der Grad der statischen Unbestimmtheit eine wichtige Aussage. Er ist u. a. auch ein Maß für die Redundanz des Tragwerks gegenüber Versagen. Bei Anwendung der Auf- und Abbaukriterien kann gleichzeitig auch die Brauchbarkeit eines Systems beurteilt werden. Abzählformeln vergleichen dagegen nur die Zahl der statisch unbekanntes Größen und die verfügbaren Bestimmungsgleichungen. Eine in allen Fällen zweifelsfreie Bestimmung des Grades der statischen Unbestimmtheit ist damit nicht möglich. Von der Verwendung von Abzählformeln wird daher abgeraten.

Beim Vorgehen nach dem Abbaukriterium wird das Tragwerk kontrolliert durch gedachte Schnitte in ein brauchbares, statisch bestimmtes System überführt. Die Zahl der dabei freigeschnittenen inneren Größen entspricht dem Grad der statischen Unbestimmtheit.

Bei der Anwendung des Abbaukriteriums greift man auf die drei in Tabelle 2.1 dargestellten statisch bestimmten und brauchbaren Grundtragwerke zurück.

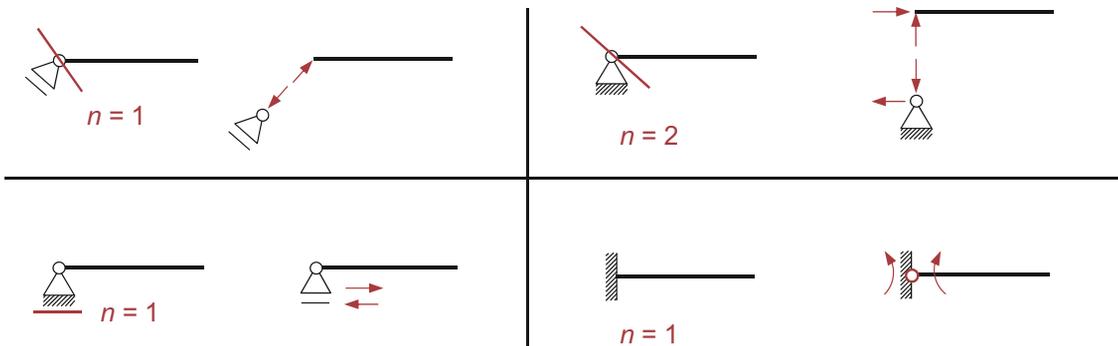
Tabelle 2.1 Statisch bestimmte und brauchbare Grundtragwerke

	Grundtragwerk	Erweitertes Grundtragwerk	Unbrauchbarer Sonderfall
Kragträger			ungelagert
Balken mit 3 Lagerkräften			Wirkungslinien der Lagerkräfte treffen sich in einem Punkt
Dreigelenktragwerk (3-GTW)			Gelenke liegen auf einer Linie

Der Nachweis der Brauchbarkeit ist automatisch erbracht, wenn

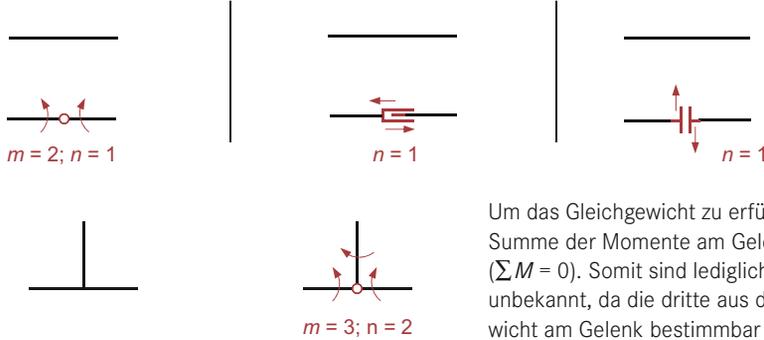
- das Tragwerk in ein statisch bestimmtes System überführt werden kann, welches aus Kombinationen der Grundtragwerke besteht und
- die kinematischen Ausnahmefälle vermieden werden (vgl. auch Kapitel 4 – Polplan, Kinematik).

Für die Überführung in ein statisch bestimmtes System sind Teil- oder Vollschnitte erforderlich. Die Anzahl der ausgelösten Lager- bzw. Schnittkräfte, d.h. der statischen Unbekannten oder Überzähligen (vgl. Kapitel 7 – Kraftgrößenverfahren), bestimmt den Grad n der statischen Unbestimmtheit.



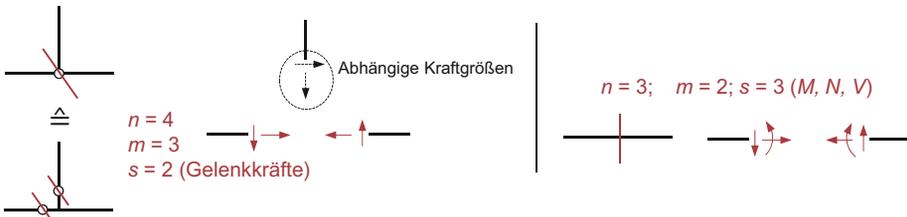
Auslösen von Lagerkräften

Verbindet ein zusätzlich eingeführtes Gelenk m Stäbe, so werden $n = m - 1$ unbekannte Kraftgrößen ausgelöst.



Um das Gleichgewicht zu erfüllen, muss die Summe der Momente am Gelenk 0 ergeben ($\sum M = 0$). Somit sind lediglich 2 Kraftgrößen unbekannt, da die dritte aus dem Gleichgewicht am Gelenk bestimmbar ist.

Auslösen von Schnittgrößen durch Einführen von Gelenken



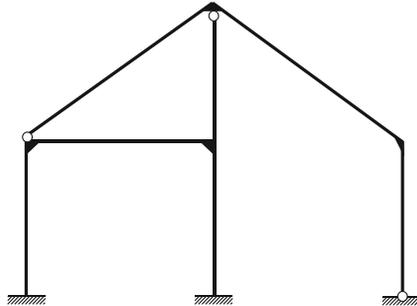
Entfernen von Gelenken

Vollschnitt eines Stabes

Entstehen am Vollschnitt m Schnittufer, so werden $n = (m - 1) \cdot s$ unbekannte Kraftgrößen ausgelöst. Dabei ist s die Zahl der ursprünglich übertragbaren Schnittgrößen.

■ 2.2 Beispielaufgabe 1

Machen Sie das nachstehende Tragwerk auf drei unterschiedliche Arten statisch bestimmt.

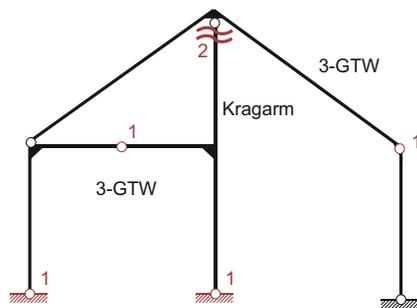


Das gegebene Tragwerk wird in statisch bestimmte Grundsysteme (Kragträger, Balken mit 3 Lagerkräften, 3-Gelenk-Tragwerk) zerlegt. Die Anzahl der dabei freigeschnittenen Schnittgrößen entspricht dem Grad der statischen Unbestimmtheit n .

Für das gegebene Tragwerk gilt: $n = 6$.

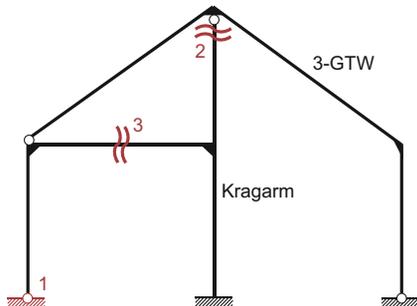
Im Folgenden werden mehrere Lösungsmöglichkeiten aufgezeigt, doch sind auch andere Lösungen möglich:

Anmerkung: Die Zahlen geben die Anzahl der jeweils freigeschnittenen Schnittgrößen an.



Variante 1:

Das Tragwerk besteht aus einem 3-Gelenk-Tragwerk (links), an das ein senkrechter Kragarm anschließt. An dieses System wird ein weiteres 3-Gelenk-Tragwerk angehängt. Da der Kragarm direkt am oberen Gelenk durchgeschnitten wird, werden hier nur 2 Schnittgrößen frei (im Gelenk gilt $M = 0$).



Variante 2:

Bei dieser Möglichkeit wird das Tragwerk in zwei separate Systeme (einem Kragarm und ein 3-Gelenk-Tragwerk) aufgeteilt. Beim Schnitt direkt am Gelenk werden 2 Schnittgrößen freigeschnitten (vgl. Variante 1).