

# 1 Aufgaben

## B1 Arithmetik reeller Zahlen

Mengen:  $\mathbb{R} = (-\infty, \infty)$  - reelle,  $\mathbb{R}^+ = (0, \infty)$  - positive reelle,  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  - natürliche,  
 $\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$  - ganze Zahlen  $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$

Intervalle:  $x \in (-\infty, a)$  bedeutet  $x < a$   $x \in (a, \infty)$  bedeutet  $a < x$   
 $x \in (a, b)$  bedeutet  $a < x < b$   $x \in [a, b]$  bedeutet  $a \leq x \leq b$   
 $x \in [a, b)$  bedeutet  $a \leq x < b$   $x \in (a, b]$  bedeutet  $a < x \leq b$

### Definitionen

Begriff	Definition
Summenzeichen	$\sum_{i=m}^n a_i = a_m + a_{m+1} + a_{m+2} + \dots + a_n, \quad m, n \in \mathbb{Z}, m \leq n, \text{ oft } m = 0, a_i \in \mathbb{R}$
$n$ -te Potenz	$a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a, \quad a \in \mathbb{R} - \text{Basis}, n \in \mathbb{N} - \text{Exponent}$
$n$ -te Wurzel	$a = \sqrt[n]{b}$ , wenn $a^n = b, \quad a, b \geq 0, n \in \mathbb{N}$ $\sqrt[n]{1} = 1 \quad \sqrt[n]{0} = 0 \quad \sqrt[n]{a} = a \quad \sqrt[2]{a} = \sqrt{a} = a^{1/2}$
Fakultät	$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n, \quad n \in \mathbb{N} \quad 0! = 1$
Binomialkoeffizient	$\binom{n}{k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k} = \frac{n!}{k! (n-k)!}, \quad n, k \in \mathbb{N}_0 \quad \binom{n}{k} = 0, \quad k > n$
Symmetrie, Summe	$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1 \quad \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \quad \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$

### Gesetze und Rechenregeln

Name	Gesetz
Kommutativität	$a + b = b + a$
Assoziativität	$(a + b) + c = a + (b + c)$
Kommutativität	$ab = ba$
Assoziativität	$(ab)c = a(bc)$
Distributivität	$a(b + c) = ab + ac$
Ausmultiplizieren	$(a + b)c = ac + bc, \quad a(b - c) = ab - ac, \quad (a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$
Ausklammern	$ac + bc = (a + b)c, \quad ab + ac = a(b + c), \quad ac - bc = (a - b)c, \quad ab - ac = a(b - c)$
1. Binomische Formel	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. Binomische Formel	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. Binomische Formel	$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
Binomischer Lehrsatz	$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k \quad (a-b)^n = \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$

**Potenz- und Wurzelgesetze**

Name	Gesetz, $a, b \in \mathbb{R}^+$ , $r, s \in \mathbb{R}$ , $m, n, k, l \in \mathbb{N}$		
Potenzgesetze	Gleiche Basen	$a^r a^s = a^{r+s}$	$a^r / a^s = a^{r-s}$
	Produkt, Quotient	$(ab)^s = a^s b^s$	$(a/b)^s = a^s / b^s$
	Potenz	$(a^r)^s = (a^s)^r = a^{rs}$	
	Negativer Exponent	$a^{-s} = 1/a^s = (1/a)^s$	
Wurzelgesetze	Wurzel, Potenz	$\sqrt[n]{a^n} = a$ , $(\sqrt[n]{a})^n = a$ ,	$\sqrt[n]{a^{mn}} = a^m$
	Produkt, Quotient	$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$	$\sqrt[n]{a/b} = \sqrt[n]{a} / \sqrt[n]{b}$
	Rationaler Exponent	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = a^{\frac{1}{mn}}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
	Gleiche Basen	$a^{\frac{m}{n}} a^{\frac{k}{l}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{k}{l}}$	$a^{\frac{m}{n}} / a^{\frac{k}{l}} = a^{\frac{m}{n} - \frac{k}{l}}$
	Gleicher Exponent	$(ab)^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{m}{n}} b^{\frac{m}{n}}$	$(a/b)^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{m}{n}} / b^{\frac{m}{n}}$

**Bruchrechnung**

Bezeichnung	Rechenregel, $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$		Bedingung
Gleichheit Erweitern, Kürzen	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff a \cdot d = b \cdot c$	$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot e}{b \cdot e}$ $\frac{a \cdot e}{b \cdot e} = \frac{a}{b}$	$b, d, e \neq 0$
Multiplikation, Division	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$	$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$	$b, c, d \neq 0$
Addition, Subtraktion	$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$	$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d \pm b \cdot c}{b \cdot d}$	$b, d \neq 0$

**Axiome der Ordnung**

Name	Gesetz
Konnexität	Zwischen zwei Zahlen $a, b \in \mathbb{R}$ besteht genau eine der Beziehungen $a < b$ , $a > b$ , $a = b$ .
Transitivität	Aus $a < b$ und $b < c$ folgt $a < c$ .
Monotonie der Addition	Aus $a < b$ folgt $a + c < b + c$ .
Monotonie der Multiplikation	Aus $a < b$ und $c > 0$ folgt $ac < bc$ .

**Rechenregeln für Ungleichungen**

Regel, wenn $a < b$ und $c < d$	Interpretation
$-a > -b$	Wird eine Ungleichung mit $-1$ multipliziert, so kehrt sich ihr Relationszeichen um.
$a + c < b + d$	Ungleichungen mit demselben Relationszeichen dürfen addiert werden.
Für $a, d > 0$ folgt $ac < bd$ .	Ungleichungen mit demselben Relationszeichen dürfen multipliziert werden, wenn in einer Ungleichung beide Seiten positiv sind und in der anderen die größere.
Für $a > 0$ folgt $1/a > 0$ .	Das Reziproke einer positiven reellen Zahl ist ebenfalls positiv.

## Addition und Multiplikation

**1.1** Die Klammern sind aufzulösen:

- a)  $p+(q+r)$  b)  $p+(q-r)$  c)  $p-(q+r)$   
 d)  $p-(q-r)$  e)  $p+(q-r+s)$   
 f)  $(p+q)-(r+s-u-v)$   
 g)  $p-(q-r)+(s-u)-(v+w)$   
 h)  $p-(q-r+s)-(u-v+w)$

**1.2** Die Terme sind zusammenzufassen:

- a)  $(3x+5y)-(x+2y)$   
 b)  $(7m+5n)-(4m+2n)$   
 c)  $(12a+19b)-(8a+17b)$   
 d)  $(20x+13y)-(15x+8y)$   
 e)  $(27m+18n)-(5n-12m)$   
 f)  $(33p-27q)+(15q-18p)$   
 g)  $(15x-38z)-(25z+10x)$   
 h)  $(5\frac{3}{4}q+7\frac{1}{2}r)-(2\frac{3}{4}q+1\frac{1}{2}r)$

**1.3** Die Klammern sind aufzulösen und die Terme sind zusammenzufassen:

- a)  $\langle(6x+3y)+(2y+9z)\rangle-(2x+3z)$   
 b)  $\langle(15p-8q)+(11r+9s)\rangle-\langle-(8p+2q)+\langle 6r-5s\rangle\rangle$   
 c)  $\langle(17a-12b)-(8c+7d)\rangle-\langle(5c-4d)-(14a+9b)\rangle$   
 d)  $\langle(8r+5s)+(-7t-10u)\rangle-\langle(2s+7r)+(-3u+2t)\rangle$   
 e)  $\langle((3a-4b)-2x)-(3x+3b)-\langle 4x-2a+b\rangle\rangle$   
 f)  $17p-\{13r-\langle 6q+(5r-9p)\rangle+\langle 14q-(7p+8r)\rangle\}-\{11r-\langle 10q-(12p-3q)\rangle-\langle 15r+(4p-16q)\rangle\}$   
 g)  $2.3x-\{0.4y+\langle 5.35x-2.6y\rangle-\langle 3.45x-(1.8x-4.35y)-0.5x\rangle+\langle 3.15y-4.25x\rangle\}-\langle 0.75y-\langle 4.5x+0.8y\rangle-\langle 2.55y-2.85x\rangle\rangle$

**1.4** Die Klammern sind auszumultiplizieren und die Terme sind zusammenzufassen:

- a)  $35(p+x+y)+37(x+y+z)+39(y+z+p)+41(z+p+y)$   
 b)  $(x+y)z+x(y+z)+(x+z)y$   
 c)  $15(a+b+c)-(b+c+d)\cdot 19-14(c+d+a)+(a+b+d)\cdot 12$   
 d)  $(x+y)z+(y+z)u-x(y+z)-y(z+u)$   
 e)  $(a-b)c+(c-a)b+a(b+c)$   
 f)  $(m+n)x-(m-x)n-m(n+x)$   
 g)  $(7a-4b+5c)\cdot 12+(2b-3c-4a)\cdot 7-(6c+a-8b)\cdot 9$   
 h)  $12\{p-(q+r)\}$  i)  $n\{(u+v)-(v-y)\}$   
 j)  $7\{(a-b)-(a-c)\}$

**1.5** Wie wird eine Summe mit einer Summe multipliziert? Die Klammern sind auszumultiplizieren und die Terme sind so weit wie möglich zusammenzufassen:

- a)  $(a+b)(m+n)$   
 b)  $(p+q+r)(x+y+z)$   
 c)  $(p+q+r)(p+q-r)$   
 d)  $(p+q-r)(p-q+r)$   
 e)  $(p+q+r)(-p+q+r)$   
 f)  $(p-q+r)(-p+q-r)$   
 g)  $(a+b)(b-c)+(b+c)(c-a)-(a+c)(a-b)$   
 h)  $(x-y+z)(x+y-z)+\langle y-z+x\rangle\langle y+z-x\rangle+\langle z-x+y\rangle\langle z+x-y\rangle$

**1.6** Folgende Terme sind durch Ausklammern der gleichen Faktoren zusammenzufassen:

- a)  $(a+b)x+(a+b)y+a(2x-y)+b(2x-y)$   
 b)  $(7a-3b)(x+y)-(5a-7b)(x+y)-\langle 2a+4b\rangle\langle x-y\rangle$   
 c)  $(9a-7b+3c)(7a-13b+8c)+\langle 4a+5b-3c\rangle\langle 9a-7b+3c\rangle-\langle 7a-13b+8c\rangle\langle 4a+b-8c\rangle-\langle 4a+b-8c\rangle\langle 4a+5b-3c\rangle$

**1.7** Mithilfe der binomischen Formeln ist zu berechnen:

- a)  $(x+y)(x+y)$    b)  $(7x+5)^2$   
 c)  $(2m+\frac{1}{2}n)^2$    d)  $(a+1)(a-1)$   
 e)  $(3a-4)^2$    f)  $(1+x)(1-x)$   
 g)  $(a+b+c)(a+b-c)$   
 h)  $(a-b+c+d)(a-b-c-d)$   
 i)  $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$   
 j)  $(a^3-a^2b+ab^2-b^3)(a+b)$

**1.8** Die Terme sind so weit wie möglich zu kürzen und zusammenzufassen:

- a)  $\frac{18a}{3} - \frac{28a}{7} + \frac{5ab}{b}$   
 b)  $\frac{12ab^2 - 18abc + 30ac^2}{6a}$   
 c)  $\frac{20pq - 12qs}{4q} + \frac{15ts - 20tu}{5t}$   
 d)  $\frac{78m^2p + 60mnp + 102mp^2}{2m \cdot 3p}$   
 e)  $\frac{30y^2x + 10x^2y}{5x \cdot 2y} \cdot \frac{35x^2y - 105xy^2}{7x \cdot 5y}$   
 f)  $\frac{30xz + 24yz}{6z} - \frac{35xy - 15xz}{5x} + \frac{7yz - 21xy}{7y}$

**1.9** Die Brüche sind gleichnamig zu machen und zu addieren:

- a)  $m + \frac{3mn}{m-n}$    b)  $\frac{a^2}{a+b} + b$   
 c)  $\frac{(p+q)^2}{4pq} - 1$    d)  $\frac{x}{ab} - \frac{y}{ac} - \frac{z}{bc}$   
 e)  $\frac{3(2a-3b)}{8} - \frac{2(3a-5b)}{3} + \frac{5(a-b)}{6}$   
 f)  $\frac{a(3b-2c)}{6bc} - \frac{b(4a-5c)}{10ac} + \frac{8a^2+3b^2}{6ab} - \frac{5a-4b}{10c}$

**1.10** Folgende Produkte sind zu berechnen:

- a)  $\left(\frac{p}{n} + \frac{q}{m}\right) \cdot mn$    b)  $\left(\frac{a}{p^2q} - \frac{b}{pq^2}\right) \cdot mn$   
 c)  $\frac{2a-3b}{a^2b^2} \cdot (2a^2b + 3ab^2)$   
 d)  $\frac{12(a+b)(m-n)}{5(a-b)(m+n)} \cdot (a^2-b^2)(m^2-n^2)$

**1.11** Folgende Quotienten sind zu berechnen:

- a)  $42xy : \frac{6x^2y^2}{7x}$    b)  $35a^2b^2c^2 : \frac{7a^2bc^2}{4d^2}$   
 c)  $32(m^2-n^2) : \frac{4(m-n)}{p+q}$   
 d)  $7(4a^2+4ab+b^2) : \frac{3(2a+b)}{2a-b}$   
 e)  $\left(\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$    f)  $\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b}$   
 g)  $\frac{x-1}{2x+2} - \frac{3x-4}{3x+3} + \frac{2x-1}{6x+6}$   
 h)  $\frac{9}{3x+x^2} + \frac{x^2}{9-3x} + \frac{9}{9-x^2}$

**1.12** Die Terme sind zu multiplizieren und so weit wie möglich zu kürzen:

- a)  $\frac{8ap}{5r^2} - \left(\frac{2p^2q}{3r} + \frac{5q^2r}{4p} - \frac{10r^2p}{3q}\right) \cdot \frac{12a}{5pqr}$   
 b)  $\frac{m^2-n^2}{2mn} \left(\frac{m+n}{m-n} - \frac{m-n}{m+n}\right) - 1$

**1.13** Folgende Terme sind mithilfe der binomischen Formeln in Produkte umzuformen:

- a)  $a^2-6a+9$    b)  $x^2+2x+1$   
 c)  $36x^2-25y^2$    d)  $(a-b)^2-x^2$   
 e)  $81a^2-16(2a-3x)^2$    f)  $a^2+2ab+b^2-c^2$   
 g)  $9x^2-4y^2+4yz-z^2$    h)  $x^4+x^3+x+1$

**1.14** Zähler und Nenner der Brüche sind in Produkte umzuformen. Die Brüche sind danach zu kürzen:

- a)  $\frac{a^2+ab}{a^2-ab}$    b)  $\frac{am-bm}{bn-an}$    c)  $\frac{7a^2b-7ab^2}{7a^2c-7ac^2}$   
 d)  $\frac{ax-a}{b-bx}$    e)  $\frac{a^4-b^4}{a^2-b^2}$    f)  $\frac{m^2-2mn+n^2}{n^2-m^2}$   
 g)  $\frac{a^4-b^4}{a^3-b^3}$    h)  $\frac{a^4-b^4}{a^3+b^3}$    i)  $\frac{a^4+b^4}{a^3+b^3}$

## Potenz- und Wurzelrechnung

**1.15** Potenzen mit gleichen Basen sind zusammenzufassen:

a)  $p^n \cdot p^n$     b)  $b^7 \cdot b^{2-x}$     c)  $c^{x-7} \cdot c^{5+x}$

d)  $k^{m+n} \cdot k^{1-m}$     e)  $x^n \cdot x^{n-1} \cdot x^{9-2n}$

f)  $\frac{3}{4}a^n b x^3 \cdot \frac{4}{5}ab^m x^4 \cdot \frac{5}{6}a^2 x^p$

g)  $(a^5 + a^2)(a^3 - a)$     h)  $(y^9 + y^4)(y^6 - y)$

i)  $(a^4 - a^2 b^2 + b^4)(a^2 + b^2)$     j)  $\frac{a^{x-1}}{a}$

k)  $\frac{x^2}{x^{n-2}}$     l)  $\frac{a^{3+x}}{a^{x-3}}$     m)  $\frac{a^{m+1} b^{n+1}}{a^m b^n}$

n)  $\frac{a^5(x-y)^2}{a(y-x)^5}$     o)  $\frac{a^{2x-3y} a^{3y-5}}{a^{5-3x} a^{7-2y}} : \frac{a^{5x+3y-10}}{a^{x+y+10}}$

**1.16** In folgenden Termen sind die Brüche gleichnamig zu machen und dann zu vereinigen:

a)  $\frac{1}{x^7} + \frac{1}{x^6} + \frac{1}{x}$     b)  $\frac{1}{x^3} + \frac{1-x}{x^4}$

c)  $\frac{1-2x^2}{x^p} + \frac{2-3x^2}{x^{p-2}} + \frac{3}{x^{p-4}}$

d)  $\frac{x^n}{(x+y)^n} + \frac{2x^{n-1}}{(x+y)^{n-1}} - \frac{x^{n-2}}{(x+y)^{n-2}}$

**1.17** Die Potenzen sind so weit wie möglich zusammenzufassen:

a)  $\frac{a^{5p-4q}}{b^{2q-5p}} \cdot \frac{b^{3p-7q}}{a^{5q-3p}}$     b)  $\frac{p^{12x+3y}}{q^{2y-4x}} : \frac{p^{2x-8y}}{q^{6x+13y}}$

c)  $\left(\frac{8xy^2}{3z^3}\right)^n : \left(\frac{2x^2y}{9z^2}\right)^n$     d)  $\left(\frac{a^2b^3}{x^3y^4}\right)^5$

e)  $\left(\frac{a+b}{x+y}\right)^3 \cdot \left(\frac{a-b}{x-y}\right)^3 \cdot \left(\frac{x^2-y^2}{b^2-a^2}\right)^2$

f)  $\left(\frac{4a^{n-1}b^3c^{3-x}}{9x^2y^{3n-2}z^6}\right)^2 : \left(\frac{2a^2b^2c^{2-x}}{3xy^{2n-1}z^4}\right)^3$

**1.18** Mithilfe der binomischen Formeln ist zu potenzieren:

a)  $(a^2 - b)^3$     b)  $(x+1)^3 + (x-1)^3$

c)  $(a-b)^5$     d)  $(2x+3)^5 - (2x-3)^5$

e)  $(a^m - a^n)^2$     f)  $(x+y)^4 - (a-x)^4$

**1.19** Folgende Polynomdivisionen sind auszuführen:

a)  $(6am - 9an - 4bm + 6bn) : (3a - 2b)$

b)  $(x^2 - 2x - 15) : (x - 5)$

c)  $(a^3 - a^2b + 2b^3) : (a + b)$

d)  $(a^5 + b^5) : (a + b)$

**1.20** Die Terme sind so weit wie möglich zusammenzufassen:

a)  $(\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y})^2$

b)  $\left(\sqrt{\frac{a-x}{x-b}} - \sqrt{\frac{x-b}{a-x}}\right)^2$

c)  $\sqrt[3]{x + \sqrt{x^2 - 1}} \cdot \sqrt[3]{x - \sqrt{x^2 - 1}}$

d)  $(a+b)\sqrt{\frac{ax^2 - bx^2}{9a^2 + 18ab + 9b^2}}$

e)  $\sqrt{x\sqrt{x^{-1}\sqrt{x^{-1}}}}$

**1.21** In folgenden Termen sind die Wurzeln in den Nennern zu beseitigen:

a)  $\frac{a}{a + \sqrt{a}}$     b)  $\frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$     c)  $\frac{a\sqrt{x} - b\sqrt{y}}{c\sqrt{x} - d\sqrt{y}}$

d)  $\frac{2\sqrt{15}}{\sqrt{3} + \sqrt{5} + 2\sqrt{2}}$     e)  $\sqrt{\frac{a + \sqrt{x}}{a - \sqrt{x}}}$

f)  $\frac{a+x + \sqrt{a^2+x^2}}{a+x - \sqrt{a^2+x^2}}$

## Ungleichungen

**1.22** Zu bestimmen sind alle reellen Zahlen  $x$ , die die folgenden Ungleichungen erfüllen:

a)  $3 - x < 5 - 2x$     b)  $2x - 17 < 13 + 6x$

c)  $\frac{5x}{3} - 4 < x + 6$     d)  $\frac{5}{x} - 4 > \frac{4}{x} - 5$

e)  $(x-2)(x+5) > 0$

**1.23** Für welche reellen Zahlen  $a$  hat die folgende Ungleichung reelle Lösungen  $x$ ? Die Lösungsmenge ist anzugeben.

$$\frac{x^2 + 1}{4} < a^2$$

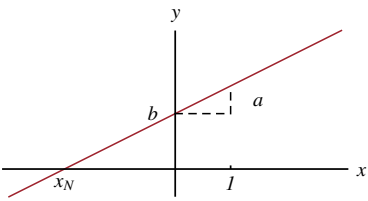
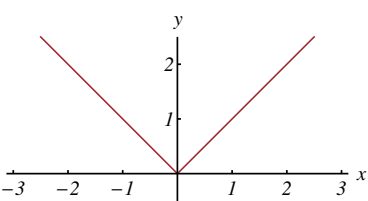
## B2 Funktionen einer Veränderlichen

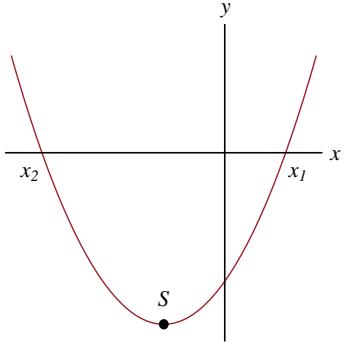
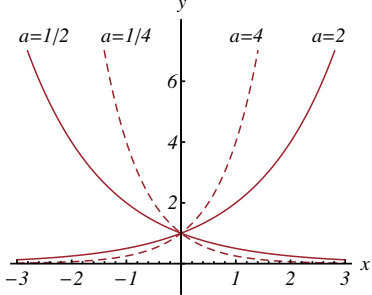
### Definitionen

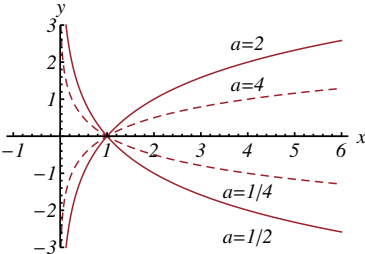
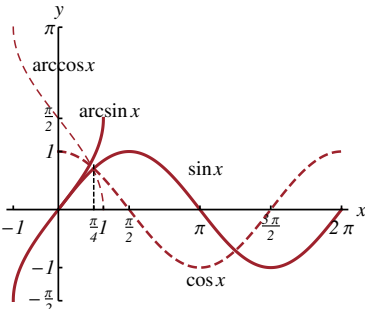
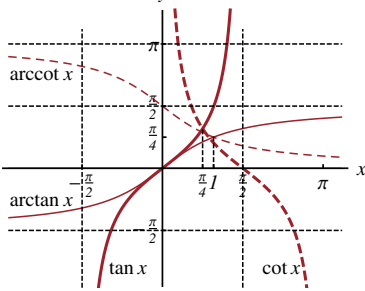
$f : D_f \rightarrow W_f$  - reelle Funktion,  $D_f \subseteq \mathbb{R}$  - Definitionsbereich,  $W_f \subseteq \mathbb{R}$  - Wertebereich,  $I \subseteq D_f$  - Intervall

Begriff	Definition
Nullstelle $x_N \in D_f$	$f(x_N) = 0$
Monotonie steigend (fallend)	Für alle $x_1 < x_2$ folgt $f(x_1) \leq f(x_2)$ ( $f(x_1) \geq f(x_2)$ ), $x_1, x_2 \in I$ .
Strenge Monotonie steigend (fallend)	Für alle $x_1 < x_2$ folgt $f(x_1) < f(x_2)$ ( $f(x_1) > f(x_2)$ ), $x_1, x_2 \in I$ .
Beschränktheit nach oben (unten)	Es gibt eine Zahl $S(s) \in \mathbb{R}$ , sodass für alle $x \in I$ gilt $f(x) \leq S$ ( $f(x) \geq s$ ). $S(s)$ - obere (untere) Schranke
Unbeschränktheit nach oben (unten)	$f$ ist auf $I$ nicht nach oben (unten) beschränkt.
Supremum $\sup_{x \in I} f(x)$	kleinste aller oberen Schranken auf $I$
Infimum $\inf_{x \in I} f(x)$	größte aller unteren Schranken auf $I$
Gerade (ungerade) Funktion	Für alle $x \in D_f$ gilt $f(-x) = f(x)$ ( $f(-x) = -f(x)$ ), $D_f = (-a, a)$ , $a \in \mathbb{R}$ , oder $D_f = \mathbb{R}$ .
Periodizität mit der Periode $p \in \mathbb{R}$	Für alle $x \in D_f$ gilt $x + p \in D_f$ und $f(x) = f(x + p)$ .
Umkehrfunktion $f^{-1} : W_f \rightarrow D_f$	$f^{-1}$ ordnet jedem Funktionswert sein Argument zu, wenn $f$ jedem Argument genau einen Funktionswert zuordnet.

### Elementare Funktionen

Lineare Funktion	$f(x) = ax + b$	$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
	Steigung $y$ -Achsenabschnitt Nullstelle Proportionalität	$a \in \mathbb{R}, a \neq 0$ $b \in \mathbb{R}$ $x_N = -b/a$ $b = 0: y = ax$ Proportionalitätsfaktor $a$
Betragsfunktion	$f(x) =  x  = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$	$f : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$
	Beschränktheit Produkt Quotient Wurzel Dreiecksungleichung	$ x  \leq a \iff -a \leq x \leq a$ $ xy  =  x  y $ $ x/y  =  x / y , y \neq 0$ $ x  = \sqrt{x^2}$ $ x + y  \leq  x  +  y $

<p>Quadratische Funktion</p>	$f(x) = ax^2 + bx + c$ $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$	$f(x) = x^2 + px + q$ $p, q \in \mathbb{R}$																											
	<p><math>f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math></p> <p>Diskriminante <math>D = b^2 - 4ac</math></p> <p>Nullstellen</p> <p><math>D &gt; 0</math> <math>x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}</math></p> <p><math>D = 0</math> <math>x_{1,2} = -b/(2a)</math></p> <p><math>D &lt; 0</math> keine reelle</p> <p>Wurzelsatz <math>x_1 + x_2 = -b/a</math></p> <p>von Vieta <math>x_1 x_2 = c/a</math></p> <p>Scheitelpunkt <math>S \left( -\frac{b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a} \right)</math></p>	<p><math>\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math></p> <p><math>D = p^2/4 - q</math></p> <p><math>x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}</math></p> <p><math>x_{1,2} = -p/2</math></p> <p>keine reelle</p> <p><math>x_1 + x_2 = -p</math></p> <p><math>x_1 x_2 = q</math></p> <p><math>S \left( -\frac{p}{2}, q - \frac{p^2}{4} \right)</math></p>																											
<p>Polynom</p>	$P_n(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i \quad P_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, a_i \in \mathbb{R}, i = 0, \dots, n, a_n \neq 0$																												
<p><math>x^* \in \mathbb{R}, b_{n-1} = a_n,</math>  <math>b_{i-1} = b_i x^* + a_i, i = 1, \dots, n-1</math>  <math>P_n(x^*) = b_0 x^* + a_0</math>  <math>P_{n-1}(x) = \sum_{i=0}^{n-1} b_i x^i</math></p>	<p>Nullstellen <math>r</math> Nullstellen <math>x_k \in \mathbb{R}, r \leq n, k = 1, \dots, r</math></p> <p>Linearfaktorzerlegung <math>P_n(x) = (x - x_1)(x - x_2) \cdots (x - x_r) P_{n-r}(x),</math>  <math>P_{n-r}</math> - Polynom ohne reelle Nullstellen</p> <p>Horner-Schema</p> <table border="0" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;"><math>a_n</math></td> <td style="text-align: center;"><math>a_{n-1}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>a_{n-2}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\cdots</math></td> <td style="text-align: center;"><math>a_2</math></td> <td style="text-align: center;"><math>a_1</math></td> <td style="text-align: center;"><math>a_0</math></td> <td style="border-left: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;"><math>x^*</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\downarrow</math></td> <td style="text-align: center;"><math>x^* b_{n-1}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>x^* b_{n-2}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\cdots</math></td> <td style="text-align: center;"><math>x^* b_2</math></td> <td style="text-align: center;"><math>x^* b_1</math></td> <td style="text-align: center;"><math>x^* b_0</math></td> <td style="border-left: 1px solid black; text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;"><math>b_{n-1}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>b_{n-2}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>b_{n-3}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\cdots</math></td> <td style="text-align: center;"><math>b_1</math></td> <td style="text-align: center;"><math>b_0</math></td> <td style="text-align: center;"><math>P_n(x^*)</math></td> <td style="border-left: 1px solid black;"></td> </tr> </table> <p>Polynomdivision <math>P_n(x) = (x - x^*) P_{n-1}(x) + P_n(x^*)</math></p>		$a_n$	$a_{n-1}$	$a_{n-2}$	$\cdots$	$a_2$	$a_1$	$a_0$		$x^*$	$\downarrow$	$x^* b_{n-1}$	$x^* b_{n-2}$	$\cdots$	$x^* b_2$	$x^* b_1$	$x^* b_0$	+		$b_{n-1}$	$b_{n-2}$	$b_{n-3}$	$\cdots$	$b_1$	$b_0$	$P_n(x^*)$		
	$a_n$	$a_{n-1}$	$a_{n-2}$	$\cdots$	$a_2$	$a_1$	$a_0$																						
$x^*$	$\downarrow$	$x^* b_{n-1}$	$x^* b_{n-2}$	$\cdots$	$x^* b_2$	$x^* b_1$	$x^* b_0$	+																					
	$b_{n-1}$	$b_{n-2}$	$b_{n-3}$	$\cdots$	$b_1$	$b_0$	$P_n(x^*)$																						
<p>Rationale Funktion</p>	$f(x) = \frac{P_n(x)}{P_m(x)}$ $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, P_n(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i, P_m(x) = \sum_{j=0}^m b_j x^j$ $a_i \in \mathbb{R}, i = 0, \dots, n, b_j \in \mathbb{R}, j = 0, \dots, m, a_n, b_m \neq 0$ $x$ verschieden von den Nullstellen von $P_m$																												
<p><math>x_0</math> - <math>k</math>-fache Nullstelle von <math>P_n</math> und <math>l</math>-fache Nullstelle von <math>P_m,</math>  <math>k, l = 0, 1, 2, \dots</math></p>	<p>Nullstelle <math>x_0</math> wenn <math>k &gt; 0, l = 0 (x_0 \in D_f)</math></p> <p>Polstelle <math>x_0</math> wenn <math>k &lt; l (x_0 \notin D_f)</math></p> <p>Lücke <math>x_0</math> wenn <math>k \geq l &gt; 0 (x_0 \notin D_f)</math></p>																												
<p>Exponentialfunktion</p>	$f(x) = a^x \quad f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, a \in \mathbb{R}, a > 0$																												
	<p>natürliche Basis <math>f(x) = e^x</math></p> <p>Euler-Zahl <math>e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^n</math>  <math>e = 2.71828 18284 59045 23536 \dots</math></p> <p>Potenzgesetze <math>a^{x_1} a^{x_2} = a^{x_1 + x_2} \quad a^{x_1} / a^{x_2} = a^{x_1 - x_2}</math>  <math>(ab)^x = a^x b^x \quad (a/b)^x = a^x / b^x, b &gt; 0</math>  <math>(a^{x_1})^{x_2} = a^{x_1 x_2}</math>  <math>a^{-x} = 1/a^x = (1/a)^x</math></p>																												

Logarithmusfunktion	$f(x) = \log_a x$ $\log_{10} x = \lg x$	$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, a \in \mathbb{R}, a > 0, a \neq 1$ $\log_e x = \ln x$
	Definition Nullstelle Produkt Quotient Exponent Potenz Wechsel der Basis Identität	$y = \log_a x \iff x = a^y$ $x_{\mathbb{N}} = 1$ , d. h., $\log_a 1 = 0$ $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$ $\log_a(b/c) = \log_a b - \log_a c$ $a^{\log_a b} = b$ $\log_a b^c = c \cdot \log_a b$ $\log_a b = \log_c b / \log_c a$ $\log_a a = 1$
Trigonometrische Funktionen Arcusfunktionen	$f(x) = \sin x$ $f(x) = \arcsin x$	$f(x) = \cos x$ $f(x) = \arccos x, k \in \mathbb{Z}$
	$f:$ Periode Nullstellen Symmetrie Definition $f:$ Nullstellen Symmetrie	$\sin x$ $\mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ $\sin x = \sin(x + 2k\pi)$ $x_{\mathbb{N}} = k\pi$ $\sin(-x) = -\sin x$ $y = \arcsin x$ $\implies x = \sin y$ $[-1, 1] \rightarrow [-\pi/2, \pi/2]$ $x_{\mathbb{N}} = 0$ $\arcsin(-x) = -\arcsin x$ $\cos x$ $\mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ $\cos x = \cos(x + 2k\pi)$ $x_{\mathbb{N}} = \pi/2 + k\pi$ $\cos(-x) = \cos x$ $y = \arccos x$ $\implies x = \cos y$ $[-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$ $x_{\mathbb{N}} = 1$ $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$
Trigonometrische Funktionen Arcusfunktionen	$f(x) = \tan x$ $f(x) = \arctan x$	$f(x) = \cot x$ $f(x) = \operatorname{arccot} x, k \in \mathbb{Z}$
	$f:$ Periode Nullstellen Symmetrie Definition $f:$ Nullstellen Symmetrie	$\tan x$ $\mathbb{R} \setminus \{\pi/2 + k\pi\} \rightarrow \mathbb{R}$ $\tan x = \tan(x + k\pi)$ $x_{\mathbb{N}} = k\pi$ $\tan(-x) = -\tan x$ $y = \arctan x$ $\implies x = \tan y$ $\mathbb{R} \rightarrow (-\pi/2, \pi/2)$ $x_{\mathbb{N}} = 0$ $\arctan(-x) = -\arctan x$ $\cot x$ $\mathbb{R} \setminus \{k\pi\} \rightarrow \mathbb{R}$ $\cot x = \cot(x + k\pi)$ $x_{\mathbb{N}} = \pi/2 + k\pi$ $\cot(-x) = -\cot x$ $y = \operatorname{arccot} x$ $\implies x = \cot y$ $\mathbb{R} \rightarrow (0, \pi)$ keine $\operatorname{arccot}(-x) = \pi - \operatorname{arccot} x$



**Monotonie, Beschränktheit, Umkehrfunktion**

**2.1** Die Graphen folgender Funktionen sind zu entwerfen:

a)  $y = f(x) = \frac{1}{x^2}$     b)  $y = f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$   
 c)  $y = f(x) = \frac{1}{x^2-1}$

**2.2** Gesucht sind Definitionsbereich und Wertebereich sowie die Graphen folgender Funktionen:

a)  $y = f(x) = \sqrt{-2x-3}$   
 b)  $y = f(x) = \sqrt{(a-x)(b-x)}$ ,  
 zu diskutieren ist  $a \neq b$  und  $a = b$ .

**2.3** Sind folgende Zuordnungen Funktionen?

a)  $y = f(x) = \begin{cases} x, & x^2 = x \\ 2, & x \neq 0 \end{cases}$   
 b)  $y = f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$

**2.4** Das Monotonieverhalten folgender Funktionen ist zu untersuchen:

a)  $y = f(x) = ax$     b)  $y = f(x) = ax^2$   
 c)  $y = f(x) = \frac{\sqrt{5x+4}-3}{\sqrt{5x+4}+4}, x \geq -\frac{4}{5}$   
 d)  $y = f(x) = x - \sqrt{x^2-4}, x \geq 2$

**2.5** Ist die Funktion  $y = x^4$

- a) im Intervall  $0 \leq x < +\infty$ ,
- b) im Intervall  $-\infty < x \leq 0$ ,
- c) im Intervall  $-\infty < x < +\infty$ ,
- d) im Intervall  $-2 \leq x \leq 1$

umkehrbar? Wie lautet gegebenenfalls jeweils die Formel für die Umkehrfunktion? Auf welchem Intervall ist die Umkehrfunktion definiert?

**Lineare Funktionen, Betragsfunktion**

**2.6** Folgende lineare Gleichungen bzw. Ungleichungen, die sich auf lineare zurückführen lassen, sind zu lösen:

- a)  $\frac{3x-4}{5} - \frac{3-4x}{7} = \frac{5x-6}{10} - \frac{9-10x}{14}$
- b)  $\frac{7}{3} + \frac{13}{5x} = \frac{13x-24}{3x} - \frac{37}{20} + \frac{10}{x}$
- c)  $\frac{2x+1}{3x-15} - \frac{x-11}{2x-10} = 1$
- d)  $(x-3)(x-4) = (x-6)(x-2)$
- e)  $ab + (b+1)x = (a+x)b + a$
- f)  $(a+bx)(a-b) - (ax-b)(a+b) = ab(x+1)$
- g)  $(a+b)x + (a-b)x - ax = b+c$
- h)  $\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2}x-1 \right) - 1 \right] - 1 \right\} - 1 \right) - 1 = 0$
- i)  $\frac{a-x}{bc} + \frac{b-x}{ac} + \frac{c-x}{ab} = 0$
- j)  $\frac{2x^n + 7x^{(n-1)}}{9} + \frac{7x^n - 44x^{(n-1)}}{5x-14} = \frac{4x^n + 27x^{(n-1)}}{18}$
- k)  $\frac{x-\sqrt{a}}{\sqrt{b}+\sqrt{c}} + \frac{x-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{c}} + \frac{x-\sqrt{c}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = 3$
- l)  $\frac{a}{b}(a-x) + \frac{a}{c}(b-x) + \frac{c^2-ax}{a} + \frac{ab-cx}{b} = \frac{a^2}{b} + \frac{c^2}{a}$
- m)  $(2\sqrt{x}+3)(2\sqrt{x}-3) = 7$
- n)  $\sqrt{7x+2} = \frac{5x+6}{\sqrt{7x+2}}$
- o)  $\sqrt{14-x} + \sqrt{11-x} = \frac{3}{\sqrt{11-x}}$
- p)  $(\sqrt{a\sqrt{b}} - \sqrt{b\sqrt{a}}) = a\sqrt{b\sqrt{x}} - b\sqrt{a\sqrt{x}}$
- q)  $\sqrt{a^{7-3x}} \cdot \sqrt[3]{a^{x+1}} \cdot \sqrt[4]{a^{5x-7}} \cdot \sqrt[5]{a^{7-2x}} = 1$
- r)  $\left(\frac{3}{4}\right)^x = \left(\frac{4}{3}\right)^7$

**2.7** Zu bestimmen sind alle Zahlen  $x \in \mathbb{R}$ , für die folgende Gleichungen erfüllt sind:

- a)  $\left| \frac{3}{2}x - 2 \right| = \frac{5}{2}$     b)  $|2x+1| - |x-1| - 1 = 0$
- c)  $||x+1| - |x+3|| = 1$

**2.8** Zu bestimmen sind alle  $x \in \mathbb{R}$ , für die folgende Ungleichungen gelten:

- a)  $|3x-9| \geq 1$     b)  $|x+1| - 4 < 0$
- c)  $|x| + |x-2| < 5$

- 2.9** Die Menge aller Punkte  $(x, y)$  mit  $|x| + |y| = 1$  ist im kartesischen Koordinatensystem  $(O, x, y)$  darzustellen.
- 2.10** Eine Baustelle wird von einer 4 km entfernten Mischzentrale mit Transportbeton beliefert. Der eingesetzte Mischtransporter fährt im Pendelverkehr leer mit einer Geschwindigkeit von 40 km/h und beladen mit einer Geschwindigkeit von 30 km/h. Die Übernahme des Mischgutes dauert 6 min, das Entleeren auf der Baustelle 4 min. Wie viel Fahrten können bis zur Frühstückspause durchgeführt werden, wenn die Abfahrt um 6.15 Uhr vom Betonwerk erfolgt und die Frühstückspause gegen 9.00 Uhr im Betonwerk stattfinden soll? Vor der Pause muss eine gründliche Reinigung des Fahrzeugs von Betonresten erfolgen, wofür 15 min in Rechnung gestellt werden.
- 2.11** Um eine wichtige Durchgangsstraße nach einem Erdbeben wieder freizumachen, werden drei Bagger eingesetzt. Das erste Fahrzeug würde das Geröll in 27 Tagen, das zweite in 36 Tagen und das dritte in 54 Tagen wegschaffen.
- Wie lange benötigen alle drei Bagger gemeinsam für diese Arbeit?
  - Wie lange dauern die Aufräumarbeiten, wenn der zweite Bagger erst am zweiten Tag und der dritte Bagger erst am vierten Tag eingesetzt werden kann?
- 2.12** Vier Gipser sind mit dem Verputzen einer Hausfassade beschäftigt. Gipser A würde die Fassade allein in 12 Tagen, B in 14, C in 30 und D in 18 Tagen verputzen. In welcher Zeit wird die Arbeit fertiggestellt, wenn alle vier gemeinsam arbeiten?
- 2.13** Ein Becken einer Kläranlage kann durch drei Abflussrohre geleert werden, durch das erste in zwei, das zweite in drei und das dritte in sechs Stunden. In welcher Zeit wird das Becken geleert sein, wenn das Wasser durch alle drei Abflussrohre gleichzeitig abfließt?
- 2.14** Zwei Stahlsorten enthalten 12 % bzw. 30 % Nickel. Aus beiden Stählen soll ein Stahl mit einem Nickelgehalt von 25 % und einer Masse von 180 kg geschmolzen werden. Wie viel kg Stahl jeder Sorte werden benötigt, wenn von Schmelzverlusten gänzlich abgesehen wird?
- 2.15** Für eine längere Autofahrt rechnet der Fahrer mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 60 km/h. Nachdem er genau die Hälfte der Strecke zurückgelegt hat, stellt er fest, dass er aufgrund von Baustellen durchschnittlich nur 40 km/h gefahren ist. Wie schnell müsste er die zweite Hälfte durchfahren, um den Zeitverlust wieder aufzuholen?
- 2.16** An einer Mauer, die eine Länge von  $26\frac{2}{3}$  m, eine Breite von 1 m und eine Höhe von 4 m hat, arbeiten zwei Maurer. Der erste von ihnen kann, wenn er täglich 9 Stunden arbeitet, an einem Tage  $5\frac{1}{3}$  m<sup>3</sup>, und der zweite, wenn er täglich 11 Stunden arbeitet, in 9 Tagen  $53\frac{1}{3}$  m<sup>3</sup> Mauerwerk fertigstellen. In welcher Zeit wird die Mauer fertig, wenn jeder der Maurer täglich 10 Stunden arbeitet und der erste 5 Arbeitstage, der zweite aber nur 2 Arbeitstage versäumt?
- 2.17** Bei einem Brand sollen alle Besucher ein vollbesetztes Kino durch die beiden Notausgänge innerhalb von drei Minuten verlassen können. Ein Notausgang hat wegen geringerer Breite nur zwei Drittel vom Durchlassvermögen des anderen. Wie lange dauert das vollständige Räumen des Kinos, wenn jeweils einer der beiden Notausgänge blockiert ist?
- 2.18** Bei einer Lokomotive macht auf einer Strecke von 441 m das Laufrad 112 Umdrehungen mehr als das größere Treibrad. Auf je sieben Umdrehungen des Laufrades kommen je drei Umdrehungen des Treibrades. Wie viel Umdrehungen macht das Treibrad auf einer Strecke von 10.5 km?
- 2.19** Auf einen unbiegsamen Stab, der durch die Punkte  $A$  und  $F$  verläuft, wirken sechs zu ihm senkrechte Kräfte, die nacheinander in den Angriffspunkten  $A, B, C, D, E$  und  $F$  angebracht sind. In  $A$  wirken 6 N abwärts, in  $B$  4 N aufwärts, in  $C$  5 N abwärts, in  $D$  3 N aufwärts, in  $E$  2 N aufwärts und in  $F$  1 N abwärts. Die Entfernungen der Angriffspunkte betragen:  $|AB| = 3$  m,  $|BC| = 2$  m,  $|CD| = 4$  m,

# Sachwortverzeichnis

- Ableitung, 59, 61, 62, 64, 73, 112, 206, 222, 227–232, 234, 235, 237, 239, 257, 258, 260, 261, 264, 265, 300, 309, 310, 312–322  
 -regeln, 59, 247  
 partielle, 81, 86, 281, 289–297, 299, 301
- Abschreibung, 101, 105, 106, 331  
 -zinssatz, 101, 332  
 arithmetisch degressive, 101, 107, 331  
 digitale, 101, 107, 332  
 geometrisch degressive, 101, 107, 332  
 lineare, 101, 106, 107, 331
- Adjunkte, 30
- Annuität, 100, 104, 105, 107, 326, 333
- Arbeit, 41, 48, 84, 91, 192, 300
- Barwert, 99, 100, 102, 106, 108, 323–325, 327–330, 332–336
- Bereich, 84, 90, 91, 299, 301
- beschränkt, 14, 17, 55, 57, 58, 134, 217–220
- Betrag, 14, 41
- Biegelinie, 64, 96, 98, 228, 314, 317, 318, 321, 322
- Binomialkoeffizient, 9, 363
- binomisch  
 Formel, 9, 12, 13, 143, 144, 153  
 Lehrsatz, 9
- Bogenlänge, 71, 72, 75, 84, 91, 260–262, 300
- Charakteristische Gleichung, 92, 306–322
- Darlehen, 101, 104
- Determinante, 30, 35, 93, 175, 192  
 Wronski-, 93
- Differenzenquotient, 59
- Differenzial, 59, 86, 87, 300  
 Bogen-, 61, 83, 300  
 partielles, 81  
 totales, 81, 86, 283
- Differenzialgleichung, 95  
 $n$ -ter Ordnung, 92  
 erster Ordnung, 92, 94  
 homogene, 93, 94, 314, 315  
 inhomogene, 93, 94, 96, 318  
 lineare, 92  
 mit konstanten Koeffizienten, 310–312, 316  
 zugehörige homogene, 92, 304–314, 318–322
- Divergenz, 55, 56  
 bestimmte, 55, 56
- Drehwinkel, 95, 315
- Dreieck, 42  
 -ungleichung, 14
- Ebene, 42, 45, 46, 50, 52, 53, 90, 195, 196, 198, 209–212, 280, 293–296, 299
- Achsenabschnittsform, 45  
 allgemeine Form, 45, 52, 209, 212  
 Dreipunkteform, 45, 209, 210  
 Hesse-Normalform, 45, 214, 293, 295, 296  
 Parameterform, 45, 212
- Effektivzins  
 -berechnung, 101, 107, 332  
 -satz, 107, 108, 332–334, 337
- Eigenvektor, 32, 40, 188
- Eigenwert, 32, 40, 188
- Ellipse, 43, 51, 54, 69, 77, 198, 199, 205–207, 215, 216, 233, 235, 236, 264, 265, 269, 294  
 Flächeninhalt, 75, 258
- Endwert, 99, 102, 104, 106, 108, 323–326, 328–330, 333–337
- Ereignis, 110, 111, 128, 343, 360, 363  
 disjunkte, 110, 119, 342–350, 355  
 komplementäres, 110, 119, 342–346, 360, 362  
 sicheres, 110, 347  
 Teil-, 110  
 unabhängige, 110, 119, 128, 340–346, 350, 351, 353, 357, 360, 362, 363  
 unmögliches, 110, 111  
 Vereinigung, 110
- Erwartungswert, 111–113, 122, 124, 125, 127, 129, 131, 349–351, 355–357, 362, 367, 368
- Euler-Zahl, 15, 55
- Fakultät, 9
- Federschwinger, 95, 97, 319
- Fehler  
 absoluter, 60, 62, 63, 223, 224  
 relativer, 223, 224
- Fehlerrechnung, 60, 62, 81, 87, 223, 285
- Fläche, 41, 42, 62, 74–77, 79, 90, 223, 252, 253, 257, 258, 266, 269, 272, 275, 276, 293, 296, 297, 299  
 -inhalt, 49, 53, 64–66, 72, 74, 83, 85, 89, 229–233, 235, 236, 252, 288, 292, 301
- Mantel-, 72, 77
- Fluss, 84
- Fundamentalsystem, 31, 92, 93
- Funktion, 59, 71, 92, 93, 113, 114, 122, 124, 349, 354  
 Arcus-, 16  
 Betrags-, 14, 17  
 differenzierbare, 60  
 Exponential-, 15, 23, 156  
 Gamma-, 113  
 gerade, 14, 22, 153, 257  
 lineare, 14, 17, 135, 136, 141, 143  
 Logarithmus-, 16, 23, 156  
 Potenz-, 153  
 quadratische, 15, 19

- rationale, 15, 21, 22, 152, 155
- Stamm-, 70, 71, 73, 247, 251–254, 257, 261, 264, 265, 268, 275
- Stichproben-, 113, 115, 116
- trigonometrische, 16, 24, 161
- Umkehr-, 14, 17, 23, 59, 72, 134, 136, 156, 256, 261
- ungerade, 14
- Wurzel-, 135
- Funktionen
  - differenzierbare, 63, 225
- Gauß-Algorithmus, 31, 32, 35
- Gerade, 42, 44–46, 50–53, 192, 196, 208
  - Achsenabschnittsform, 42
  - allgemeine Form, 42, 196–198
  - Hesse-Normalform, 42, 196, 197
  - Momentenform, 44
  - Normalform, 42
  - Parameterform, 42, 44, 52, 205, 208, 211, 212
  - Punktrichtungsform, 42, 44
  - Zweipunkteform, 42, 44, 196
- Gleichungssystem, 31, 32
  - homogenes, 31, 186
  - inhomogenes, 31
  - lineares, 31, 32, 40, 93, 176, 180, 181, 183, 185–187, 358
- Gradient, 81, 86, 283
- Grenzverteilungssätze, 113, 128, 362–367
- Grenzwert, 56
  - regel, 55, 56
  - linksseitiger, 56, 222
  - rechtsseitiger, 56, 222
  - von Funktionen, 56, 219
  - von Zahlenfolgen, 55, 217
- Häufigkeit, 117
- Hyperbel, 43, 51, 77, 199, 200, 202, 203
- Infimum, 14, 55
- Integral, 73, 74, 261, 278
  - über ebene Bereiche, 82, 90, 299
  - bestimmtes, 71, 73
  - Kurven-, 83, 90, 91, 300, 301
  - unbestimmtes, 70, 73, 247
- Integration
  - grenzen, 71, 252, 255
  - intervall, 71, 273
  - konstante, 70
  - regeln, 70, 71, 73
  - variable, 70
  - logarithmische, 70
  - mit Substitution, 70, 71
  - partielle, 70, 71, 73, 264, 266, 268
- interner Zinsfuß, 101, 105, 328
  - Methode, 101, 328
- Investition, 101, 105, 106, 108, 328, 329, 335
  - rechnung, 100, 105, 328
- Körper
  - Position, 96, 97
- Kapitalwert, 106
  - methode, 101, 328
- Kardioide, 75
- Koeffizientenvergleich, 307–314, 319–322
- Kombinationen, 110, 338–340
- Konfidenzintervall, 115
- konkav, 82, 225–227
  - streng, 61, 82
- Konvergenz, 55, 58
- konvex, 82, 225–227
  - streng, 61, 82
- Koordinaten, 61, 72
  - system, 41
  - transformation, 46, 47, 54, 215
  - ursprung, 43, 46, 47
  - ebene, 46
  - kartesische, 46, 47, 54, 61, 207, 215, 216
  - Kugel-, 47, 54, 215
  - Polar-, 46, 54, 61, 72, 215
  - räumliche, 47
  - Zylinder-, 47, 54, 216
- Krümmung, 61, 63, 69, 225–227, 245, 246
  - radius, 43, 61, 245, 246
- Kraft, 41, 42, 48, 49, 88, 192
  - feld, 84, 91, 300
  - Einzel-, 88
  - Normal-, 195
  - Quer-, 237, 278
  - Stab-, 48, 49, 191, 195
- Kragarm, 96
- Kreis, 25, 43, 50, 51, 64, 65, 69, 161, 164, 201, 203, 206, 229, 230, 232, 233
  - Thales-, 164
- Kriterium
  - Majoranten-, 55
  - Vergleichs-, 55, 219
- Kurve, 61, 72, 77, 83
  - zweiter Ordnung, 43, 50, 198
- Lösung
  - allgemeine, 92, 94, 304–322
  - linear unabhängige, 92
  - partikuläre, 93, 304–314, 318–322
- Ladung, 83
- Laufzeit, 99, 102, 104, 105, 107, 108, 323, 328, 335–337
- linear
  - abhängig, 28, 33, 170–172, 174
  - unabhängig, 28, 30, 31, 33, 170–172, 174
- Linearkombination, 28, 31, 92, 169, 172, 367
- Masse, 83, 84, 87, 285, 299, 300, 356, 358, 365
- Matrix, 28–30, 32, 34, 35, 172–174, 189
  - Multiplikation, 29
  - Diagonal-, 29, 35
  - Dreiecks-, 29, 30
  - Einheits-, 29

- erweiterte Koeffizienten-, 31
- inverse, 29, 30
- Koeffizienten-, 31, 32, 93, 186, 192
- orthogonale, 29
- quadratische, 29, 30, 35
- symmetrische, 29
- transponierte, 29
- Maximum, 61
  - lokales, 82
  - strenges lokales, 82
- Minimum, 61
  - lokales, 82
  - strenges lokales, 82
- Moment, 42, 49, 72, 79, 84, 278, 279
  - axiales, 83
  - Biege-, 80, 278, 279
  - Flächen- 1. Grades, 72, 85, 266, 267, 269, 299
  - Flächen- 2. Grades, 72, 78, 85, 88, 89, 272, 273, 288
  - polares, 83
  - Schnitt-, 87, 286
  - statisches, 72, 268, 269, 300
  - Trägheits-, 72, 78, 272
- Momentenlinie, 79, 98, 278, 320, 321
- monoton, 10, 17, 58, 63, 134, 218
  - fallend, 14, 55, 135, 217, 225, 226
  - fallend, streng, 14, 61, 135, 150, 217, 218
  - steigend, 14, 55, 135, 217, 219, 225, 226
  - steigend, streng, 14, 61, 135, 150, 153, 217–219
  - streng, 217, 218
- Normale, 69, 245
- Nullfolge, 55, 219
- Nullhypothese, 116
- Nullstelle, 14–16, 21, 22, 63, 171, 183, 207, 217, 218, 229, 252, 253, 261, 272
- orthogonal, 32
- Parabel, 43, 51, 52, 54, 64, 67, 199, 200, 202, 203, 205–207, 215, 228–230, 238
- Parallelepipet, 49
- Permutationen, 110, 338
- Polynom, 15, 21, 22, 64, 152–154, 171, 183, 217, 218, 222, 252, 261
  - Taylor-, 60, 68, 243, 262
- Potenz, 9, 13, 16, 133, 139, 144, 145, 153, 157
  - gesetze, 10, 15, 139, 158
- Projektion, 41, 47, 48, 191, 192
- Pyramide, 49, 195, 196
- Quantil, 111, 112, 115, 116, 127, 358, 362, 365
- Querkraftlinie, 79, 98, 278, 321
- Rang, 30, 35, 186
  - kriterium, 31
- Regel
  - von Cramer, 32, 93, 205
  - von Guldin, 267, 269
  - von l'Hospital, 60, 62
- Rente, 102, 108, 335
  - arithmetisch wachsende, 102
  - ewige, 102, 108, 335
  - geometrisch wachsende, 102
  - konstante, 102, 108, 323, 335
  - nachschüssige, 102, 323, 334–336
  - vorschüssige, 102, 108, 330, 334–336
- Resonanzfall, 93, 308, 309, 318, 321, 322
- Rotationskörper, 71, 72, 76, 77, 263–265, 267–269
- Sattelpunkt, 82
- Satz von Green, 83–85, 91, 301
- Schätzung, 115
  - Konfidenz-, 115, 117, 129, 367
  - Punkt-, 115, 131
- Scheitelpunkt, 15
- Schwerpunkt, 48, 72, 77, 78, 266–269
  - geometrischer, 83–85, 90, 91, 294, 297, 299–301
  - Massen-, 83, 84, 90, 91, 299, 300
- Schwingung, 95, 97, 315
- Sektor, 71
  - formel von Leibniz, 258
  - Inhalt, 72
- Skalarprodukt, 41, 48, 191, 197, 198
- Spatprodukt, 41, 42, 49, 193
- Störterm, 93
- Stab, 94, 96
- Standardabweichung, 111, 122, 124–126, 129, 130, 349, 350, 355, 356, 358, 365, 368
- Steigung, 14, 42, 44, 61
  - winkel, 42, 62, 207, 223
- stetig, 56, 57, 219
  - linksseitig, 56
  - rechtsseitig, 56
  - stückweise, 56
- Stichprobe, 114–116, 123, 128–130, 352, 353
  - funktion, 129, 365
  - umfang, 116, 367
- Summe, 9, 28, 29, 31
  - regel, 59
  - zeichen, 9
  - Riemann-, 71
- Supremum, 14, 55
- Tangente, 43, 50, 51, 69, 201–207, 233, 235, 238, 245
  - abschnitt, 51, 202, 204
  - Gleichung, 62, 69, 233, 235, 238, 245, 246
  - Winkel, 69, 223
- Temperatur, 95, 97, 316, 320
- Test, 116
  - $\chi^2$ -Anpassungs-, 117, 131, 371
  - einseitiger, 117, 369, 370
  - Signifikanz-, 116
  - zweiseitiger, 117, 369
- Tetraeder, 42, 49, 52, 195, 210
- Tilgung, 100, 101, 104, 105, 326

- Annuitäten-, 100, 104, 326, 327
- Raten-, 100, 104
- Zinsschuld-, 100, 104
- Trennung der Variablen, 92, 303–306, 310, 312, 314, 316, 317
- Umfang, 111, 115, 116
- Umgebung, 82
- unbeschränkt, 14, 55, 56, 217, 218
- Ungleichung, 10, 13, 133, 135, 141, 146, 150, 160, 324, 338, 343, 370
- unstetig, 56, 57, 220, 226
- Varianz, 111–113, 122, 124, 125, 130, 131, 349, 351, 355, 356, 367, 368
  - empirische, 113, 115, 365
- Variation der Konstanten, 92–94
- Variationen, 110, 338
- Vektor, 28–30, 33, 34, 36, 38, 41, 45–47, 93, 169–172, 183
  - Einheits-, 41, 44–47, 54, 195–197, 203, 210, 214, 245
  - Normalen-, 42, 44–46, 61, 196–198, 203, 209, 212
  - Null-, 28, 31
  - Orts-, 41
  - Richtungs-, 42, 44–46, 203, 208, 209, 212
  - Tangenten-, 61
- Vektorfeld, 83
  - stetig differenzierbares, 84
- Vektorprodukt, 41, 42, 49, 193
- Verteilung, 113, 115, 117
  - $\chi_n^2$ -, 113
  - $t_n$ -, 113
  - Binomial-, 111, 112, 353, 362–369
  - diskrete, 111, 350
  - Exponential-, 112, 115, 126, 127, 359, 360
  - Gamma-, 112
  - geometrische, 111, 112, 350, 351, 372
  - hypergeometrische, 111, 112, 352, 353
  - Normal-, 112, 113, 124, 125, 129, 356, 357, 363–366
  - Poisson-, 111, 112, 123, 127, 128, 351, 352, 360, 362–364
  - Prüf-, 113
  - Rechteck-, 112, 124, 356
  - Standard-Normal-, 112, 113, 357
  - stetige, 112
  - Weibull-, 112
- Verteilungsdichtefunktion, 112, 124, 350, 363
- Verteilungsfunktion, 111–113, 115–117, 122, 124, 349, 350, 355–357, 359–362, 371, 372
  - empirische, 114
- Verzinsung, 103, 108, 109, 325, 333
  - geometrische, 99, 109
  - jährliche, 335
  - lineare, 99, 103, 323, 329, 330, 333
  - stetige, 99
  - tägliche, 332
  - taggenaue, 99
  - unterjährige, 99, 333
  - wechselnde, 99
- Volumen, 42, 49, 72, 76, 77, 83, 87, 90, 263, 265, 267, 269, 285, 293, 297, 299, 300
- Wahrscheinlichkeit, 110–112
- Wendepunkt, 61, 63, 225, 226
- Winkel, 41, 44–48, 50–54, 62, 63, 66, 147, 161, 164–166, 168, 197, 206, 208–210, 216, 223, 229, 230, 232, 234, 235
  - Polar-, 69, 245
  - Tangenten-, 69, 245
- Wurzel, 9, 13, 14, 133, 145
  - gesetze, 10
- Wurzelsatz von Vieta, 15
- Zahlenfolge, 56
  - divergente, 55
  - konvergente, 55
- Zinsen, 99, 100, 103, 105, 107, 323, 325, 326
- Zinsfaktor, 99–102, 323, 325, 326, 328, 329, 332, 333, 335
  - effektiver, 101
- Zinssatz, 99, 100, 102–104, 108, 323–326, 335, 336
  - effektiver, 99
  - interner, 101, 329
  - Kalkulations-, 101
- Zirkulation, 84
- Zufallsvariable, 111, 113–116, 122, 124–127, 129, 349, 351–353, 355–369
  - diskrete, 111, 122, 351
  - stetige, 111, 112, 124, 354
- Zufallsvektor, 113, 115
- Zykloide, 75, 258